Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Схема заполнения

Для билета

Для билета

Вариант задания 1

№1

Дано:

$h = 5м$

$L = 70м$

$g = 10 м/с^2$

$v_0, a - ?$

Решение:

$h = v_y t - \frac{gt^2}{2} = gt^2 - \frac{gt^2}{2} = \frac{gt^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad t = 1с$

$v_y = gt \Rightarrow v_y = 10 м/с$

$L = v_x t + \frac{at^2}{2} = v_x + at = v \Rightarrow at = (v - v_x)$

$\frac{at^2}{2} = \frac{(v - v_x)t}{2}$

$= v_x t + \frac{(v - v_x)t}{2} = \frac{(v + v_x)t}{2}$

$v + v_x = \frac{2L}{t} \Rightarrow v + v_x = 20 м/с$

$(v + v_x) = v(1 + \cos\alpha) \Rightarrow \frac{v + v_x}{v_y} = \frac{v(1 + \cos\alpha)}{v \sin\alpha} = \frac{1 + \cos\alpha}{\sin\alpha}$

$\frac{1 + \cos\alpha}{\sin\alpha} = 2 \Rightarrow \alpha \approx 53,13^\circ \quad v_0 = \frac{v_y}{\sin\alpha} \Rightarrow v_0 = 12,5 м/с$

$at = (v - v_x) = v(1 - \cos\alpha) \Rightarrow a = \frac{v(1 - \cos\alpha)}{t} \quad a = 5 м/с^2$

Ответ: $v_0 = 12,5 м/с$; $a = 5 м/с^2$.

№2

Дано:

R

ΔR - ?

Решение:

Рассмотрим движение I спутника.

$F_1 = G\frac{m_1 M}{R^2} = a_{ц.1} m_1 = \omega^2 R m_1$, где ω - угловая скорость вращения планеты вокруг своей оси.

$\omega^2 = \frac{GM}{R^3}$

Рассмотрим движение II спутника. Так как он раз в сутки в одно и то же время пролетает над станцией, при этом обгоняя планету, он движется с угловой скоростью 2ω:

$F_2 = G\frac{m_2 M}{R'^2} = a_{ц.2} m_2 = (2\omega^2) R' m_2$

$4\omega^2 = \frac{GM}{R'^3} \Rightarrow \frac{R^3}{R'^3} = 4 \Rightarrow R' = \frac{R}{\sqrt[3]{4}} = 0{,}63R$

$\Delta R = R - R'$ $\quad \Delta R = 0{,}37R$

Ответ: $\Delta R = 0{,}37R$.

№3

Дано:

$T_0 = 700$ Н

$\nu = 0{,}5$

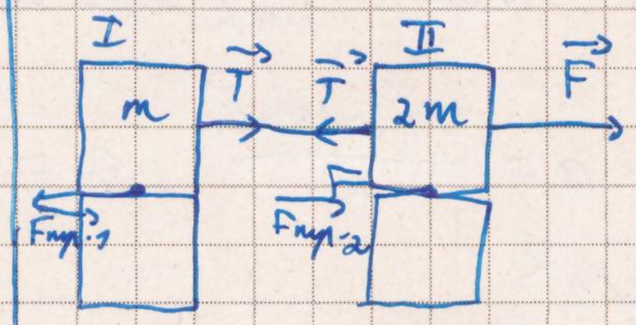
$m = 1$ т

$g = 10$ м/с^2

τ - ?

Решение:

Рассмотрим крайний случай (за мгновение до начала разрушения конструкции):



I кубик:

$F_{тр.1} = T$

$\nu m g = T$

II кубик:

$F = T + F_{тр.2}$

$F = \nu m g + 2\nu m g = 3\nu m g$ $\quad F = 15$ Н - то есть, конструкция начнёт разрушаться, когда сила F превысит 15 Н, то есть при $\tau = 18$ с.

II ЗЖ на ось OX:

$\vec{T} + \vec{F}_{тр.1} = \vec{0}$

II ЗЖ на ось OX:

$\vec{F} + \vec{T} + \vec{F}_{тр.2} = \vec{0}$

Ответ: $\tau = 18$ с.

olymp.bmstu.ru

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Вариант задания 1

№4

Дано:

[redacted]

$\Delta l_1 = 0{,}05$ м

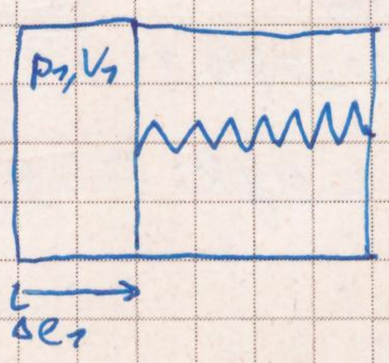
$\Delta l_2 = 0{,}05$ м

$A = 7500$ Дж

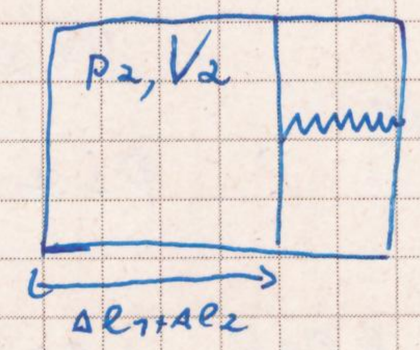
Q – ?

Решение:

I:



II:



$p_2 = 2p_1$

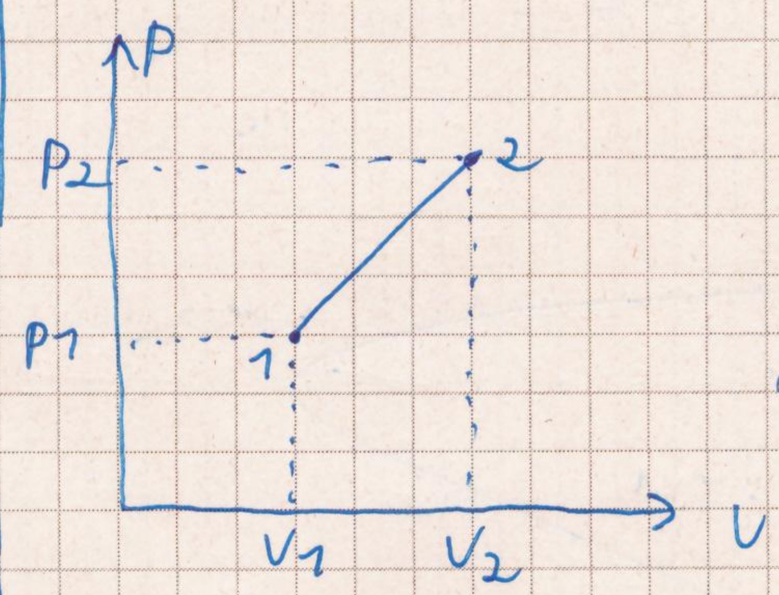
$V_2 = 2V_1$

$p_1V_1 = \nu RT_1$

$p_2V_2 = \nu RT_2$

$\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2V_2}{p_1V_1} = 4 \Rightarrow \Delta U = 3\nu RT_1 = 3p_1V_1$

Построим график p(V):



Так как газ медленно нагревали, то поршень медленно двигался, то есть участок 12 – прямой. $\Rightarrow A = p_1(V_2 - V_1) + \frac{(p_1 - p_2)(V_2 - V_1)}{2} = p_1V_1 + \frac{p_1V_1}{2} = 1{,}5p_1V_1$

$A = 1{,}5p_1V_1 \Rightarrow p_1V_1 = \frac{A}{1{,}5} \Rightarrow p_1V_1 = 7000$ Дж

$\Delta U = 3p_1V_1 \Rightarrow \Delta U = 3000$ Дж

$Q = A + \Delta U \Rightarrow Q = 4500$ Дж

Ответ: $Q = 4500$ Дж.

Можно использовать оборот листа для записи решений

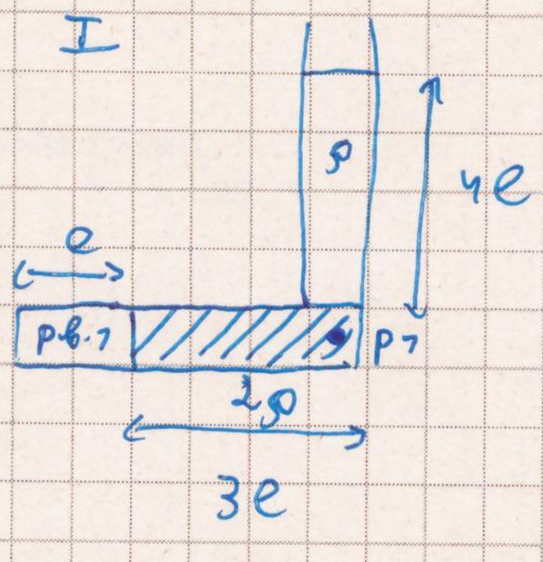
№5

Дано:

g, ℓ, ρ

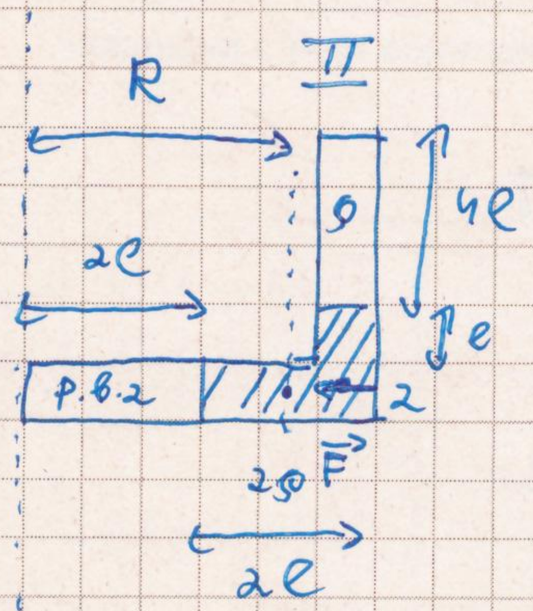
$\omega - ?$

Решение:



$p_1 = 4\rho g\ell$

$p_{в.1} = p_1 \Rightarrow p_{в.1} = 4\rho g\ell$



$p_{в.2} = p_{в.1} \cdot \frac{V_1}{V_2} = p_{в.1} \cdot \frac{\ell}{2\ell} = \frac{p_{в.1}}{2} = 2\rho g\ell$

$p_2 = 4\rho g\ell + 2\rho g\ell = 6\rho g\ell$

$\Delta p = p_2 - p_{в.2} = 6\rho g\ell - 2\rho g\ell = 4\rho g\ell$

Центр масс горизонтального участка жидкости, плотностью 2ρ, находится на расстоянии $R = 3\ell$ от оси вращения.

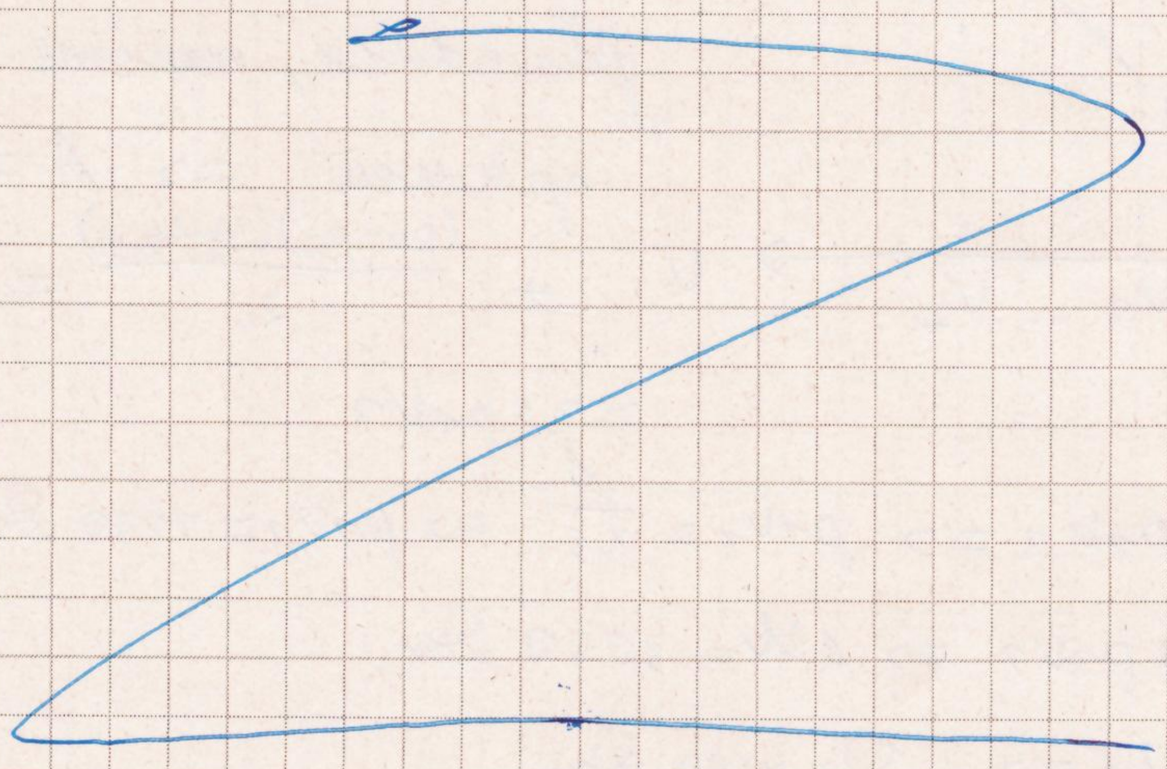
Рассмотрим его движение:

$F = a_н \cdot m = \omega^2 R 2\rho V = \omega^2 \cdot 3\ell \cdot 2\rho \cdot 2\ell S = 12\omega^2\ell^2 S\rho$

$\Delta p = \frac{F}{S} = \frac{12\omega^2\ell^2 S\rho}{S} = 12\omega^2\ell^2\rho = 4\rho g\ell \Rightarrow$

$\Rightarrow \omega^2 = \frac{g}{3\ell} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{3\ell}}$

Ответ: $\omega = \sqrt{\frac{g}{3\ell}}$.



olymp.bmstu.ru

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Вариант задания 1

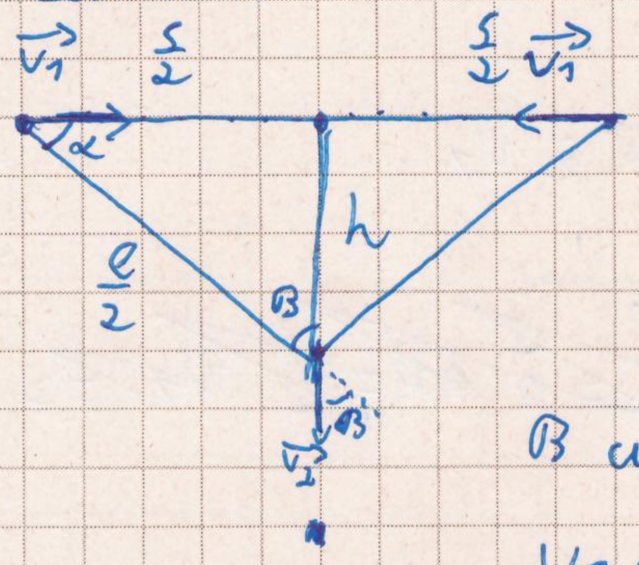
№6

Дано:

$S = 7{,}2$ м
$\ell = 7{,}5$ м
$m = 0{,}7$ т
$g = 10$ м/с^2

$V_1, V_2, T - ?$

Решение:



$\cos\alpha = \frac{\frac{S}{2}}{\frac{\ell}{2}} = \frac{S}{\ell} \Rightarrow \cos\alpha = 0{,}8 \Rightarrow \alpha = 36{,}87^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow \beta = 90 - \alpha \Rightarrow \beta = 53{,}13^\circ$

$h = \frac{\ell}{2} \cdot \sin\alpha \quad h = 0{,}45$ м

В силу нерастяжимости нити:

$V_1 \cos\alpha = V_2 \cos\beta$

$V_1 = V_2 \cdot \frac{\cos\beta}{\cos\alpha} \quad V_1 = 0{,}75 V_2$

ЗСЭ:

$mgh = 2 \cdot \frac{mV_1^2}{2} + \frac{mV_2^2}{2}$

$2gh = 2V_1^2 + V_2^2 = 1{,}125 V_2^2 + V_2^2 = 2{,}125 V_2^2$

$V_2 = \sqrt{\frac{2gh}{2{,}125}} \Rightarrow V_2 = 2{,}06$ м/с $\Rightarrow V_1 = 1{,}54$ м/с

Найдём T. Пусть прошло малое время Δt. Тогда:

$V_1' = V_1 + \Delta p \cos\alpha \qquad V_2' = V_2 + mg\Delta t - 2\Delta p \cos\beta$

$V_1' = V_2' \cdot \frac{\cos\beta}{\cos\alpha} \qquad V_1 = V_2 \frac{\cos\beta}{\cos\alpha}$

$(V_1 + \Delta p \cos\alpha) = (V_2 + mg\Delta t - 2\Delta p \cos\beta) \frac{\cos\beta}{\cos\alpha} \longrightarrow$

$\Delta p \cos\alpha = (mg\Delta t - 2\Delta p \cos\beta) \frac{\cos\beta}{\cos\alpha}$

$\Delta p (\cos^2\alpha + 2\cos^2\beta) = mg\Delta t \cos\beta$

$T\Delta t (\cos^2\alpha + 2\cos^2\beta) = mg\Delta t \cos\beta$

$T = mg \cdot \frac{\cos\beta}{\cos^2\alpha + 2\cos^2\beta} \qquad T = 0{,}44$ Н

Ответ: $V_1 = 1{,}54$ м/с; $V_2 = 2{,}06$ м/с; $T = 0{,}44$ Н.

Можно использовать оборот листа для записи решений

№ Ситуационная задача (7)

Дано:
$T = 293^\circ K$
$V = 0{,}001 м^3$
$P = 5 \cdot 10^4$ Па
$m_2 = \frac{m_2}{2}$

$m_{Al_2O_3} - ?$

Решение:

$4Al + 3O_2 \rightarrow 2Al_2O_3$

$M_{Al_2O_3} = 102$ г/моль

Найдём количество кислорода в начале:

$pV = \nu_1 RT \Rightarrow \nu_1 = \frac{pV}{RT}$ $\quad \nu_1 = 0{,}02$ моль

~~$\nu \cdot M_{O_2} = m = 0{,}64$ г~~

$\frac{m_2}{m_1} = \frac{\nu_2}{\nu_1} \Rightarrow \frac{\nu_2}{\nu_1} = \frac{1}{2}$ $\quad \Delta\nu = \frac{1}{2}\nu_1$

~~$\frac{\nu_{Al}}{\nu_{O_2}} = \frac{4}{3} \Rightarrow \nu_{Al} = \frac{4}{3}\nu_{O_2} = \frac{4}{3}\Delta\nu = \frac{2}{3}\nu_1 \Rightarrow$~~

~~$\Rightarrow \nu_{Al}$~~

$\frac{\nu_{Al_2O_3}}{\nu_{O_2}} = \frac{2}{3} \Rightarrow \nu_{Al_2O_3} = \frac{2}{3}\nu_{O_2} = \frac{1}{3}\nu_1 \Rightarrow \nu_{Al_2O_3} = 0{,}007$ моль

$m_{Al_2O_3} = \nu_{Al_2O_3} \cdot M_{Al_2O_3} \Rightarrow m_{Al_2O_3} = 0{,}774$ г

Ответ: $m_{Al_2O_3} = 0{,}774$ г.

olymp.bmstu.ru